Questionario

Q1 In un piano cartesiano il triangolo ABC di vertici **A**(0;0) e **B**(3,4) è rettangolo in **B**. Determinare le coordinate del vertice **C** in modo che ABC sia anche isoscele.

Q2 Determinare per quale valore del parametro reale *k* la funzione

$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 3 & x \geq 1 \\ 3\,k\,x^2 - 12x + 9 & x < 1 \end{cases}$ è continua su tutto R. Stabilire se la funzione individuata è derivabile su tutto R.

Q3 In un circuito elettrico la quantità di carica elettrica che attraversa una certa sezione è data dalla relazione: $q(t) = a\,sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$. Dove *a*=0.1 C.

Ricordando che: $i_m(t) = \frac{\Delta q(t)}{\Delta t}$ e $i_{ist}(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ (dove i_m indica l'intensità di corrente media e i_{ist} indica l'intensità di corrente istantanea), calcolare il valore dell'intensità di corrente media nell'intervallo di tempo [0;2]s, spiegare perché si può essere certi che l'intensità di corrente istantanea assumerà quel valore in un certo istante di tempo e determinare quell'istante.

Q4 Calcolare $\lim_{x\to+\infty} \frac{sin^2 x}{x - ln\,x} =$; motivando adeguatamente la risposta.

Q5 La popolazione di una colonia di batteri è di 2000 batteri al tempo t=0h. E di 2500 al tempo t=1h. Si suppone che la crescita della popolazione sia descritta dall'equazione differenziale y'(t)=*k* y(t), dove *k* è una costante e y(t) la popolazione di batteri al tempo t, misurato in ore. Dopo quanto tempo la popolazione di batteri sarà cresciuta del 75% rispetto alla popolazione iniziale (al tempo t=0h)?

Q6 Data la sfera, con centro in O e raggio 1, determinare le coordinate dei punti A e B per i quali *x*=*y*=*z*. Scrivere le equazioni dei piani tangenti alla sfera nei punti A e B e dimostrare che sono paralleli.

Q7 Data $F(x) = \int_1^x ln\sqrt{t}\,dt$, calcolare *F'(e)*.

Q8 La regione di piano delimitata dalle rette di equazione x=2, x=4, dall'asse x e dal grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ è la base di un solido S le cui sezioni ottenute tagliando S con piani ortogonali all'asse x sono tutte quadrate. Determina il volume di S.

Q9 Lo spigolo di un cubo regolare, di metallo omogeneo ha lunghezza *l*. Se sottoposto a un aumento di temperatura costante di 10 kelvin al secondo, la lunghezza dello spigolo aumenta secondo la legge: $l(t) = \lambda l_0 T(t)$. Sapendo che: $\lambda = 1.2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$, e indicata con l_0 la misura al tempo $t_0 = 0s$ (corrispondente a $T(0) = 293\,K$), determinare la legge che fornisce la velocità con cui aumenta ciascuno spigolo.

Q10 Sapendo che: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$ stabilire **se esiste** un numero reale positivo *u* per il quale risulti: $\int_{-u}^{u} e^{-x^2}\,dx = 1$, motivando adeguatamente la risposta.