

# Utilizzi della derivata prima di una funzione

La derivata prima  $f'(x)$  [si può scrivere anche:  $Df(x)$  o  $\frac{df(x)}{dx}$ ] di una funzione  $f(x)$ , per ora la utilizziamo per le seguenti applicazioni:

- 1) Determinare l'equazione della **retta tangente** al grafico **G** di  $f(x)$  in un punto di coordinate:  $P(x_0; f(x_0))$ . Si ha infatti:  $t_P(G): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
- 2) Studiare l'**andamento** della funzione  $f(x)$ :

Una funzione è **crescente** dove la **pendenza** della retta **tangente** al suo grafico è **positiva**. Cioè dove il **segno** della derivata prima è **positivo**.

Una funzione è **decrecente** dove la **pendenza** della retta **tangente** al suo grafico è **negativa**. Cioè dove il **segno** della derivata prima è **negativo**.

**DEF** Una funzione ha un punto **stazionario** dove la **pendenza** della **tangente** al suo grafico è **zero** (cioè la tangente al grafico è parallela all'asse  $x$ ).

Questi **punti stazionari** possono essere di **massimo relativo**, di **minimo relativo**, o di **flesso a tangente orizzontale** (esistono anche punti con *flesso obliquo* - ne vedremo trattando di derivata seconda - e punti con *flesso verticale*. La pendenza della tangente, in quest'ultimo caso, ha modulo *infinito*).

**DEF** Un punto  $P(x_p; y_p)$  di una funzione  $f$  si dice di **massimo relativo** se esiste un intorno di  $x_p$  tale che, per ogni  $x$  in questo intorno:  $f(x) < y_p$ .

**NB** Un punto di **massimo relativo** fa da *spartiacque* fra una parte di funzione che cresce (a sinistra di  $x_p$ ) e una porzione di curva che decresce (a destra di  $x_p$ )

Lo studio del segno della derivata prima, in caso di presenza di un **massimo**, è:

		$x_p$	
$f'(x)$	+++++	0	-----
$f(x)$	crescente	<b>MAX</b>	decrecente

**DEF** Un punto  $P(x_p; y_p)$  di una funzione  $f$  si dice di **minimo relativo** se esiste un intorno di  $x_p$  tale che, per ogni  $x$  in questo intorno:  $f(x) > y_p$

**NB** Un punto di **minimo relativo** fa da *spartiacque* fra una parte di funzione che decresce (a sinistra di  $x_p$ ) e una porzione di curva che cresce (a destra di  $x_p$ )

Lo studio del segno della derivata prima, in caso di presenza di un **minimo**, è:

		$x_p$	
$f'(x)$	-----	0	+++++
$f(x)$	decrecente	<b>MIN</b>	crescente

**DEF** Un punto si dice di **flesso** se la concavità della curva cambia in esso: la curva da **convessa** passa a **concava** o viceversa.

**NB** A sinistra e a destra di un punto di **flesso** la curva o cresce e continua a crescere (fig. di sinistra) o decresce e continua a decrescere (fig. di destra).

Lo studio del segno della derivata prima, in caso di presenza di un **flesso**, è:

		$x_p$				$x_p$	
$f'(x)$	+++++	0	+++++		$f'(x)$	-----	0
$f(x)$	crescente	<b>FL</b>	crescente		$f(x)$	decrecente	<b>FL</b>